

Comment choisir les blocs ?

Objectif cours 2: programme parallèle tel que

$$T_p \approx (T_{seq}/p) + \epsilon$$

base : algo parallèle + ordt “glouton” [cours 1]

$$T_p < (T_1/p) + T_\infty$$

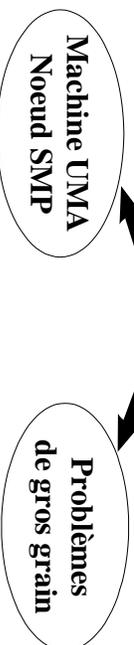
... mais $T_1 \gg T_{seq}$ 😊

techniques pour limiter le surcoût dû au parallélisme

3

Cours 2. Algorithmes Parallèles

sans communication



Introduction

I. Contrôle de la granularité

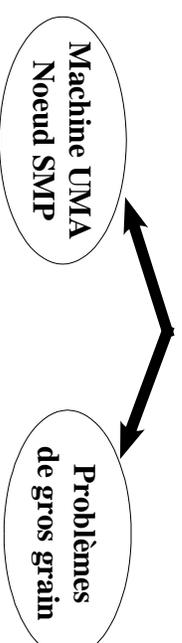
II. Mise en oeuvre de l'ordonnancement

V. Application: recherche arborescente

Contrôle de l'espace mémoire

4

Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication

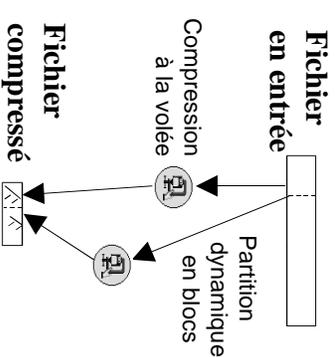


www-ld.imag.fr/Laboratoire/Membres/Roch_Jean-Louis/perso.html/enseignement.html/

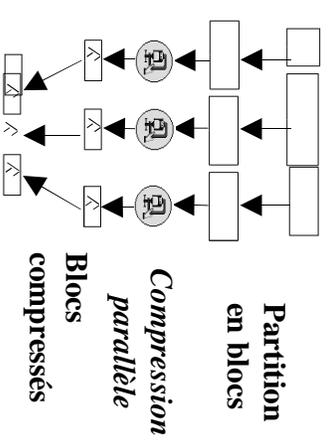
1

Comment paralléliser gzip ?

Gzip séquentiel



Parallélisation



2

Choix du seuil K

Compromis séquentiel/parallèle

Expérimentalement

Théoriquement :

K le plus grand possible sans perte de parallélisme

- K qui minimise $T_1^{(K)}$ avec $T_\infty^{(K)} = \Theta(T_\infty)$

Exemple : produit itéré

7

1. Contrôle de la granularité

- Limiter le surcoût dû au parallélisme :

- ♦ T_1 : temps de l'algorithme parallèle

- ♦ T_{seq} : temps du « meilleur » algo séquentiel

- ♦ **Objectif** : $T_1 = T_{seq}$

- Mais en gardant T_∞ aussi petit que possible

C. Leiserson : « A minicourse on multithreaded algorithms »
super.tech.les.mit.edu/cilk/papers ftp://theory.les.mit.edu/pub/cilk/minicourse.ps.gz

J.L. Roch : « Parallel efficient algorithms and their programming »
www-id.imag.fr/~jlroch/perso.html/ps/polycop-algo-par.ps.gz p.4-22

5

Exemple 2 : Préfixe parallèle

trée : $X[0..n-1]$ un tableau d'éléments

: loi associative

trite : $\Pi[0..n-1]$ avec $\Pi[k] = X[0] * \dots * X[k]$

Marche :

1/ Algorithme séquentiel de référence : SeqPrefixe

2/ Parallélisation : algorithme ParPref1

3/ Adaptation de granularité : algorithme ParPrefK

4/ Choix de K : compromis théorie – pratique

8

- Utiliser un algorithme séquentiel pour limiter le parallélisme
- Découpe réursive parallèle
- => Stopper la découpe réursive à un seuil K
- Exemple : produit itéré en Cilk

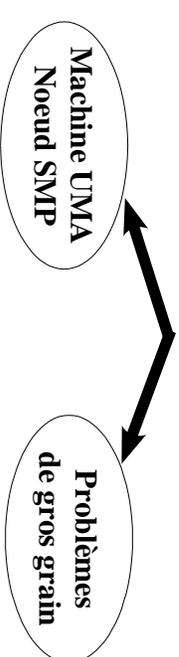
```
Cilk void ParProduit (int i, int j, int& res ) {
    if (j-i < K) { res = SeqProduit(i,j) ; }
    else {
        int r1, r2 ;
        spawn ParProduit ( i, (i+j)/2, r1 ) ;
        spawn ParProduit ( (i+j)/2+1, j, r2 ) ;
        sync ;
        res = r1 * r2 ;
    }
}
```

```
int SeqProduit (int i, int j) {
    int r = 1;
    for (int s = i ; s <= j; s++) r = r*s ;
    return r ;
}
```

6

Cours 2. Algorithmes Parallèles

sans communication



Introduction

Contrôle de la granularité

=> *Généralisation : algorithmes en cascade*

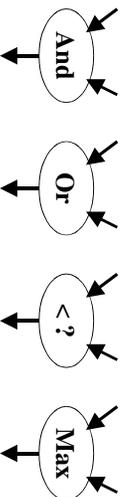
- I. Mise en oeuvre de l'ordonnancement
 - IV. Application: recherche arborescente
- Contrôle de l'espace mémoire

11

Jeu : Calculer le maximum

: construire le circuit le plus rapide possible
calculer le maximum :

- Entrée : n éléments a_j distincts (ordre total <)
- Sortie : l'élément maximum



élé non-bornée :

less comm: multiple access (SDMA/FDMA/CDMA)

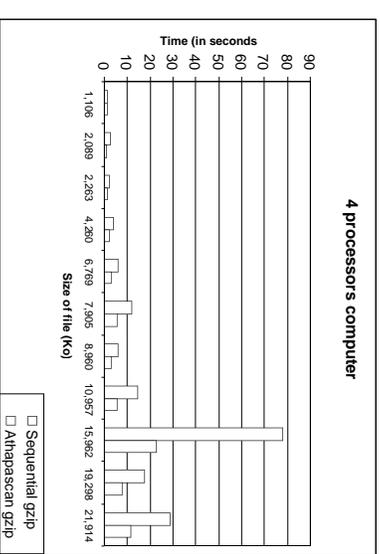
CW : *Concurrent Read Concurrent Write*

12

Exemple 3 : gzip

- TailleBloc := ... ;
for(i=0; i<n/TailleBloc; i++)
Fork<gzip>(Fich[i]*TailleBloc ... min(n, (i+1)*TailleBloc - 1]);

- Choix de K :
 - ◆ Experimental
 - TailleBloc ~ 0.5 Mo
 - ◆ Théorique :
 - TailleBloc ~
 - ◆ Théorique :
 - TailleBloc ~



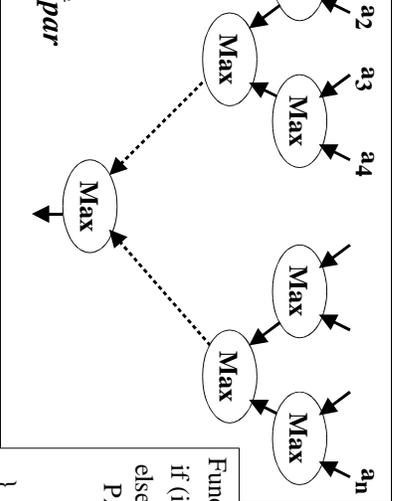
9

Exemple 4 : exercice Tri par fusion

C. Leiserson : « A minicourse on multithreaded algorithms »
fhp://theory.lcs.mit.edu/pub/cilk/minicourse.ps.gz p 9-12

10

Circuit parallèle



$\log_2 n$ #procs = n portes

15

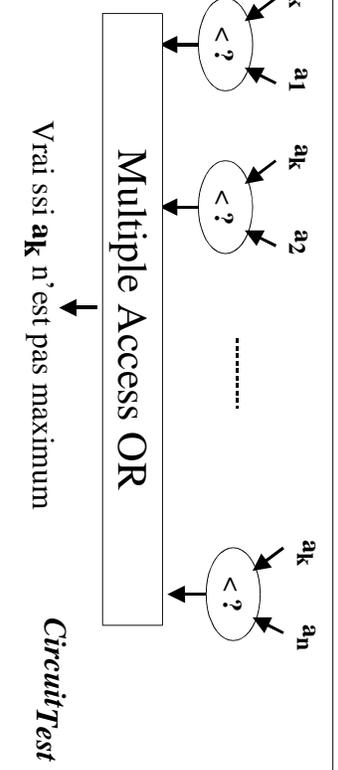
```

Function max2(ai .. ak) {
  if (i == k) return ai;
  else {
    PARALLEL {
      rl = max2(ai .. a(i+k)/2);
      rh = max2(a(i+k)/2+1 .. ak);
    }
    return Max(rl, rh);
  }
}
    
```

Un circuit ultra-rapide

Tester si un élément a_k est le max

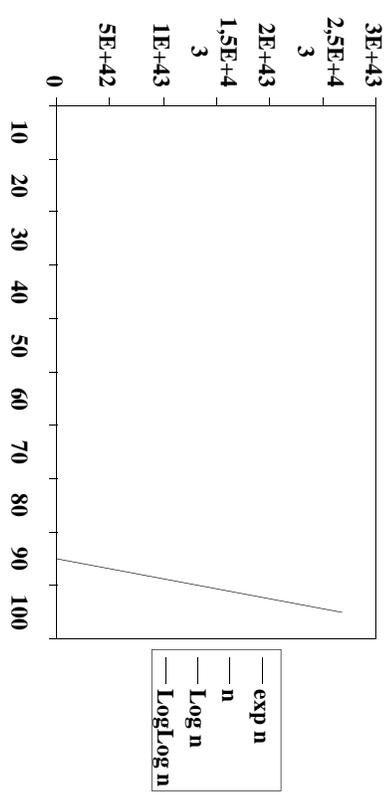
$$a_k = \text{Max}(a_1 \dots a_n) \Leftrightarrow a_k > a_i \quad \forall i=1..n, i \neq k$$



$T_1(n) = O(1)$ ☺ #portes = $O(n)$ ☹

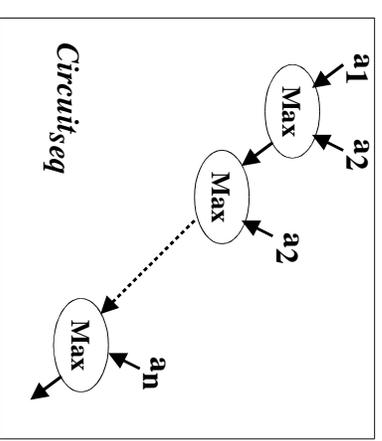
16

Coûts et algorithmes ultra-rapides



13

Circuit séquentiel de base



```

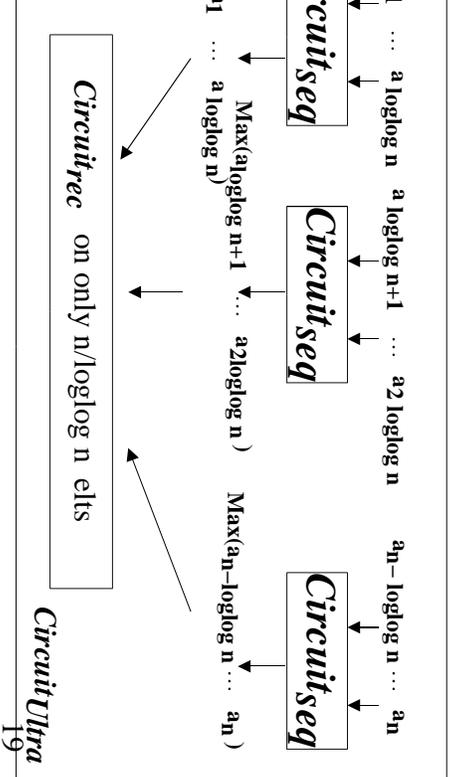
res := a1;
For i := 2 .. n do
  res := Max (res, an)
;
Return res;
    
```

$T_1 = n$ #procs = n portes

14

Réduction du nombre de portes

Granularité: utiliser un algo économique pour réduire le nombre de portes



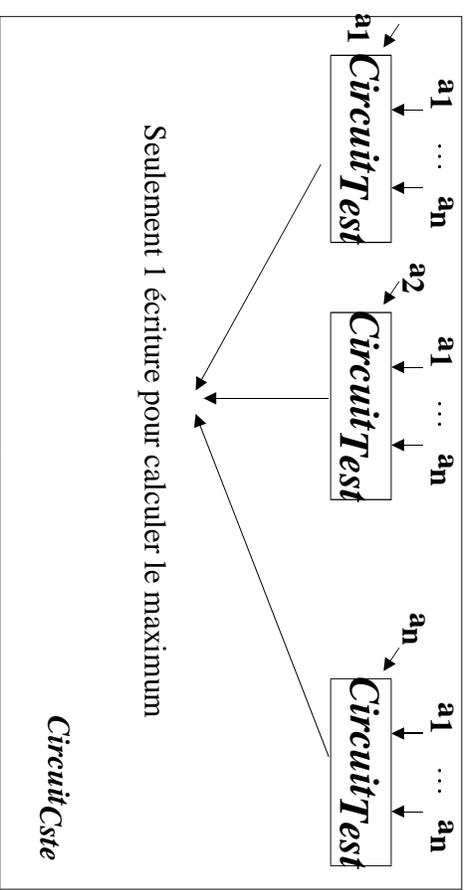
Conclusion : un algo ultra-rapide

Algorithme final : **temps = loglog n** #portes=n
 technique utilisée : « cascading »
 mélange de 3 algorithmes pour construire un algorithme plus performant :
 temps et nombre de portes

technique importante en parallélisme (adaptation granularité)... et en génie logiciel

-> nombreuses applications : [ATLAS, FFTW, ...]

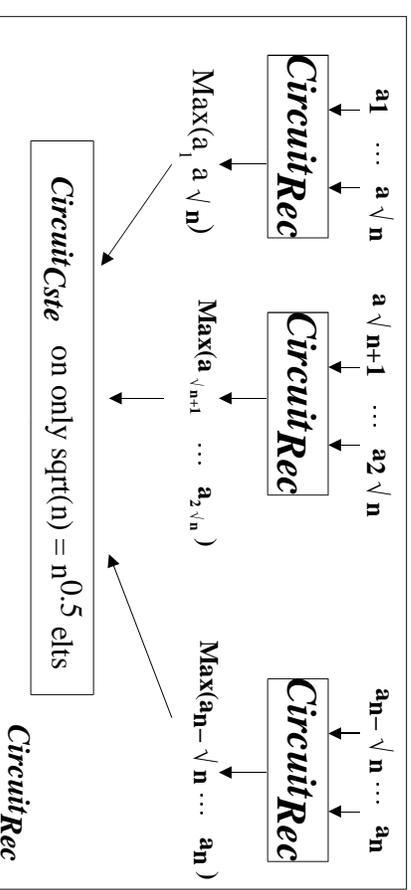
Application: calcul du maximum



$$T_1(n) = O(1) \quad \text{⊙} \quad \#portes = O(n^2) \quad \text{⊙}$$

Un circuit récursif ultra-rapide

- Granularité : utiliser l’algo rapide pour accélérer



- Time(n) = Time(n^{0.5}) + O(1) = loglog n
- #procs (n) = n^{0.5}.#procs(n^{0.5}) = n loglog n

out pour réaliser l'ordonnancement

ôle :

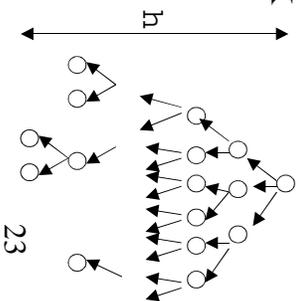
éation/placement/entrelacement des tâches
 sition de la mémoire, mouvements de données
 emptivité, réactivité

emple : algorithme récursif d'exploration

domancement glouton : théorique = OK
 us réalisation ???

Nombre de tâches $\sim T_1 \dots$

Mémoire $\sim 2h \dots$ en séquentiel $\sim h$



Work-stealing

Distribuer les synchronisations

liste de tâches prêtes par processeur :

orsqu'un thread crée une tâche, il l'ajoute à sa liste locale.

ssqu'un processeur est inactif :

si il n'y a plus de tâche prête localement

• Choix d'un processeur victime

• Lui voler une tâche prête

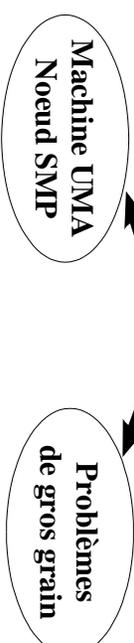
oix : exemple [Cilk]

Processeur victime : au hasard

Accès à la liste des tâches prêtes : verrou arithmétique

Cours 2. Algorithmes Parallèles

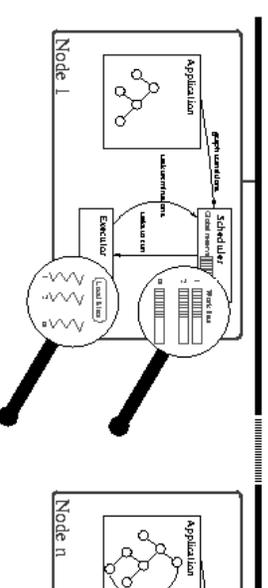
sans communication



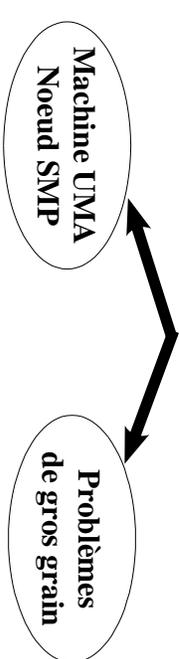
- I. Introduction
- II. Contrôle de la granularité
- III. *Mise en oeuvre de l'ordonnancement*
- IV. Application: recherche arborescente
 Contrôle de l'espace mémoire

Principe

- Lancement de p threads
 - ◆ 1 thread == processeur virtuel
- Chaque thread :
 - ◆ While (not fin)
 - Attendre une tâche t prête
 - L'exécuter
- Liste centralisée + verrou :
 - ◆ $T_p < (T_1 / p) + T_\infty + O(\#sync)$



Chapitre 2. Algorithmes Parallèles sans communication



Introduction

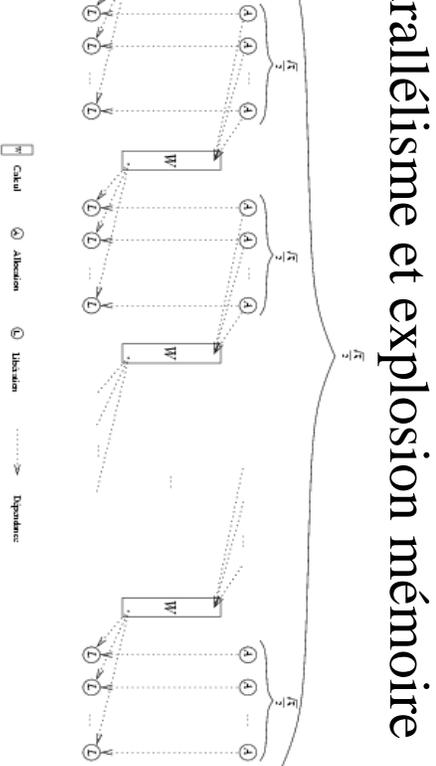
I. Contrôle de la granularité

II. Mise en oeuvre de l'ordonnancement

V. Application: recherche arborescente

Contrôle de l'espace mémoire

27



offe C. Leiserson : « Space-efficient scheduling of multithreaded

computations » SIAM Journal of computing, vol 27, Fév. 1998 p. 207–229

kar : « Space-efficient scheduling for parallel

multithreaded computations » thèse – www-2.cs.cmu.edu/~giriya/publications.html

le : « Athapascan-1 : Interprétation distribuée du flot de donnée d'un

programme parallèle » Thèse de doctorat INPG P 113-127 :

www-id.inimg.fr/~jbroch/peiso.html/ps/these-gallitee_pages113-151.ps.gz

20

Work-stealing

Minimiser le surcoût d'ordr

- => Minimiser le nombre de vols
- Programmes récuratifs = graphe « série-parallèle »
 - ◆ Principe : exécution localement d'abord
 - ◆ => sur chaque proc. : les vols sont sur un chemin critique

$$\#vols < p \cdot T_\infty$$

- Optimisation : création locale dégénérée en appel de fonction
 - ◆ Exemple : produit itéré

25

Ordonnement SMP – Conclusion

- Théorique : si programme série-parallèle [Blumofe98]

$$T_p < (T_1/p) + T_\infty + p \cdot T_\infty$$
- Pratique : contrôle automatique de granularité
 - ◆ Exemple : arbre $\sim 10^6$ tâches de grain 1

Sans dégénérescence séq [Ath-1]

Avec dégénérescence séq [Silk]

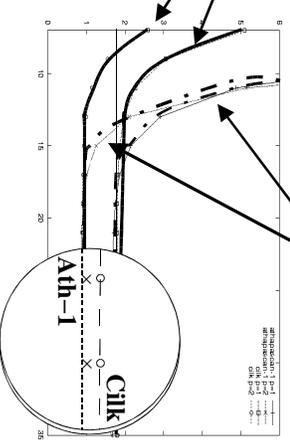
Légende:

SMP : durée = $f(\text{seuil})$

— temps séquentiel

— pour 1 processeur

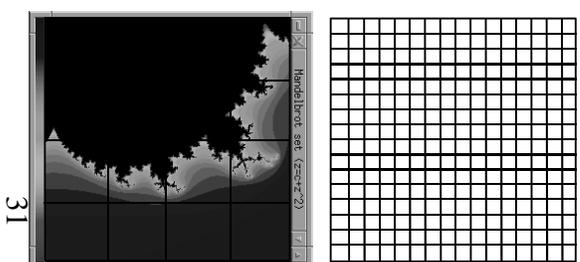
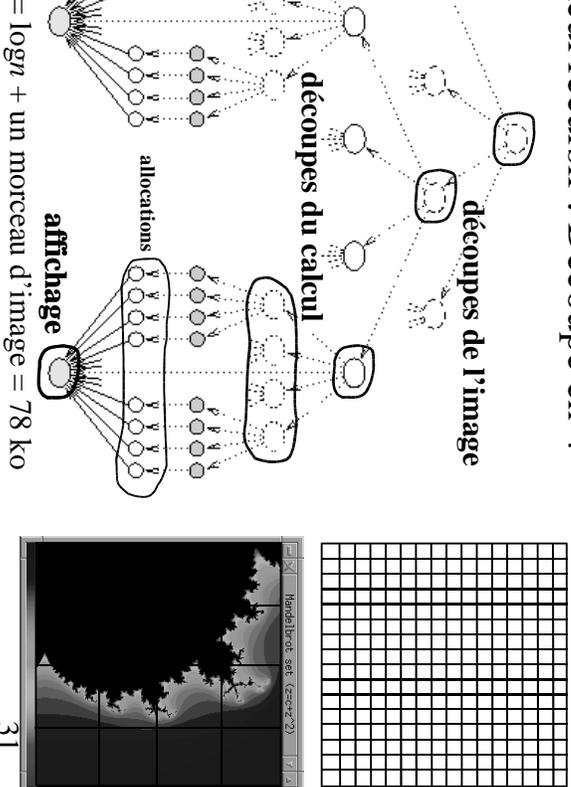
— pour 2 processeurs



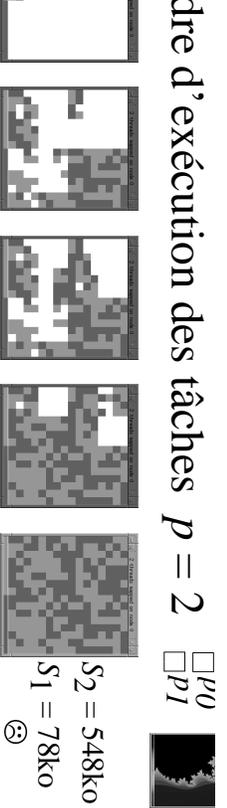
6

Et la consommation mémoire ?

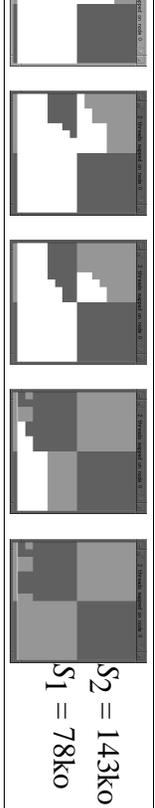
cul récursif : Découpe en 4



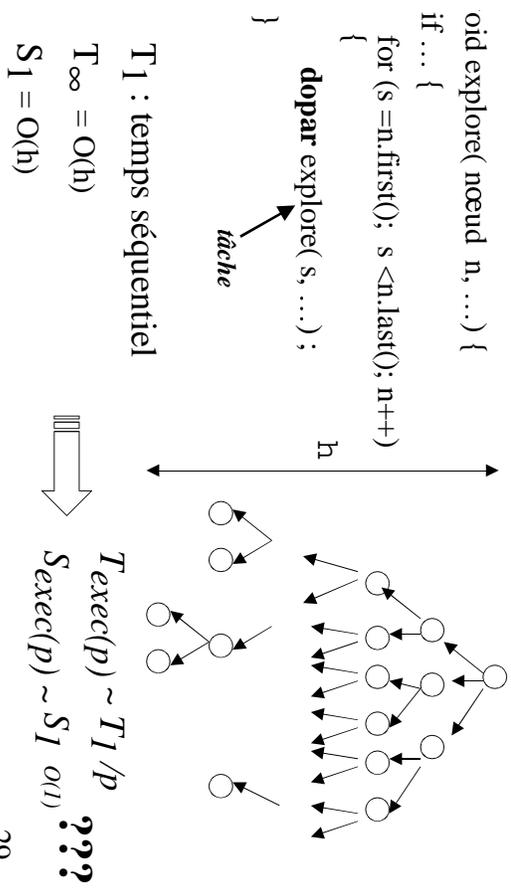
ordre d'exécution des tâches $p = 2$



$S_1 = \log n + \text{un morceau d'image} = 78 \text{ ko}$



Un exemple



Programme série-parallèle

- Work-stealing:
 - ◆ Si inactif : tirage au hasard d'un proc victime P_v
 - ◆ La tâche volée est la plus ancienne sur P_v

- Chaque processeur vole des tâches sur un chemin critique : espace mémoire $< S_1 / \text{proc}$
 $S_p < p \cdot S_1$

- Exemple :
 - ◆ Cilk : Joueur d'échecs Socrates
 - ◆ Athapascan : Visualisateur Mandelbrot

analyse théorique du coût mémoire

bitraire [Threads]

Ordonnement **arbitraire** des tâches $S_p \leq \#T S_1$

2 : « séquentiel local »

pour graphes série-parallelé [Blumofe98]

$$S_p \leq pS_1$$

Ordre de **référence** suivi **localement**

Parcours en **profondeur**

Athapascan-1 : pour tout graphe [Géralde 99]

: « séquentiel global »

$$S_p \leq S_1 + p.kOT_\infty$$

pour tout graphes [Narlikar2000]

Ordre de **référence** suivi de manière globale

Athapascan-1 : graphes dynamiques

35

Algo 2. Algorithmes Parallèles

sans communication



Conclusion

- Contrôler la granularité
- Limiter le surcoût d'ordonnement
- Maîtriser l'espace mémoire requis

36

arbitraire



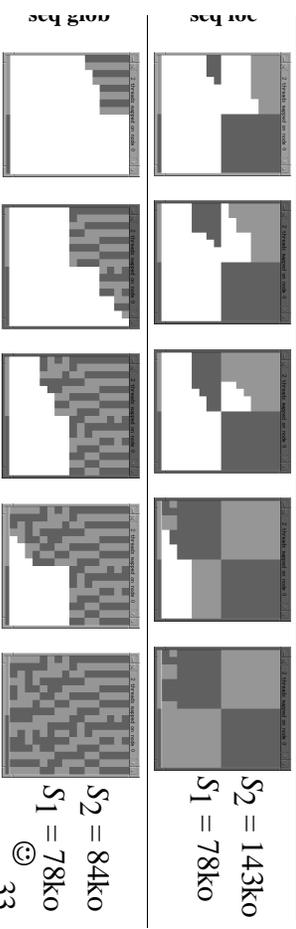
Ordre d'exécution des tâches $p = 2$

P_0
 P_1



$S_2 = 548ko$
 $S_1 = 78ko$ ☹️

$S_1 = \log n + \text{un morceau d'image} = 78 ko$

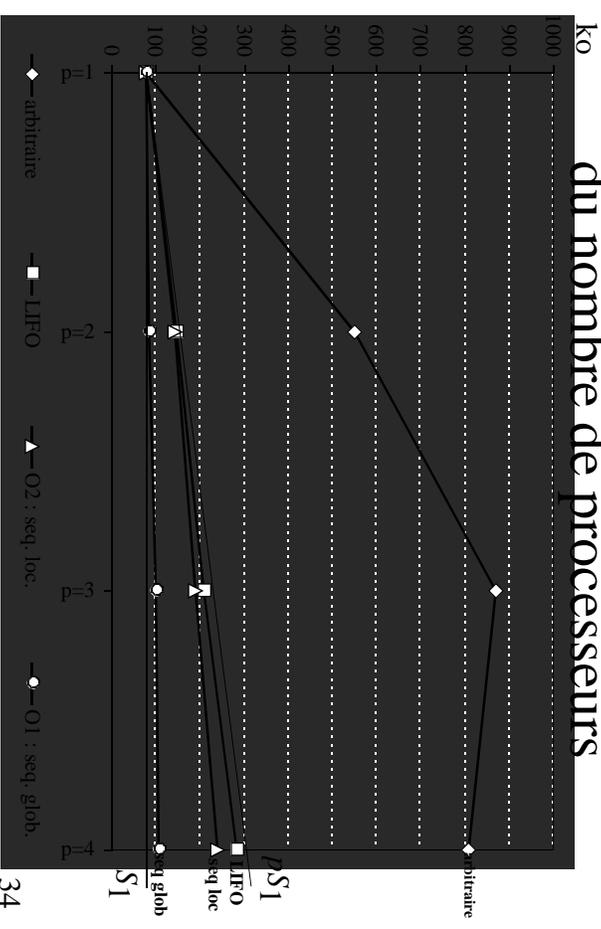


$S_2 = 143ko$
 $S_1 = 78ko$

$S_2 = 84ko$
 $S_1 = 78ko$ 😊

33

Consommation mémoire en fonction du nombre de processeurs



34