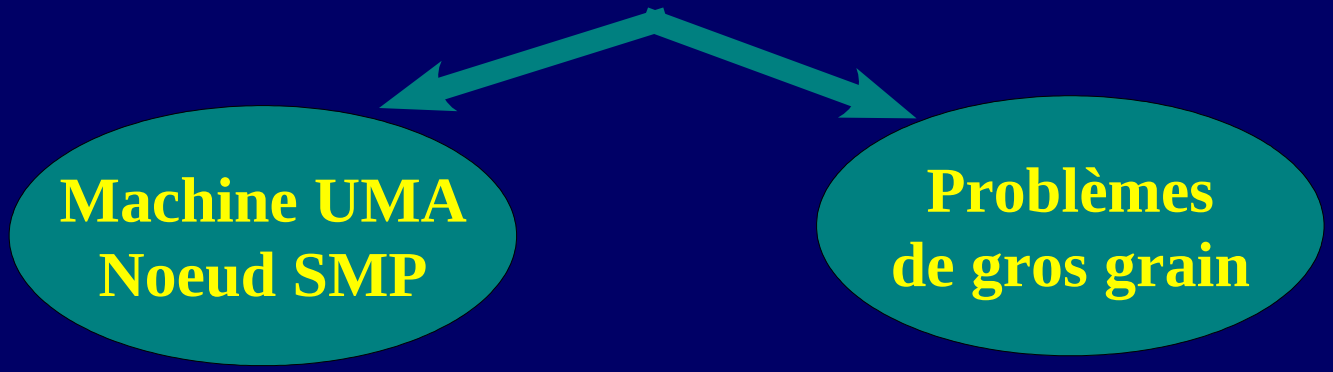
Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication

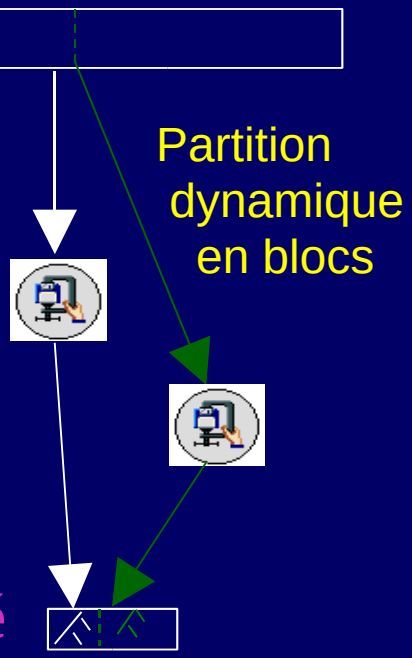


www-id.imag.fr/Laboratoire/Membres/Roch_Jean-Louis/perso.html/enseignement.html/

Comment paralléliser gzip ?

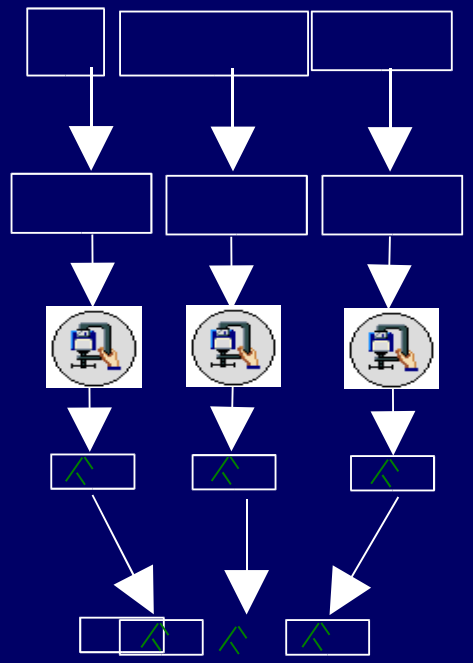
Gzip séquentiel

Fichier en entrée



Fichier compressé

Parallélisation



Partition en blocs

Compression parallèle

Blocs compressés

- Comment choisir les blocs ?

- Objectif cours 2: programme parallèle tel que

$$T_p \approx (T_{seq}/ p) + \varepsilon$$

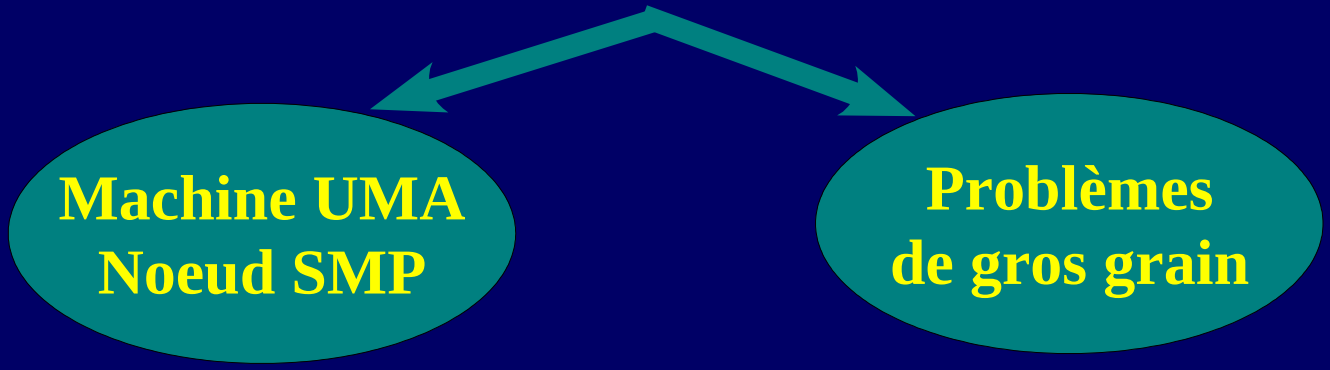
- Base : algo parallèle + ordt “glouton” [cours 1]

$$T_p < (T_1/ p) + T_\infty$$

... mais $T_1 >> T_{seq}$ ☹

- ***Techniques pour limiter le surcoût dû au parallélisme***

Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication



I. Introduction

II. ***Contrôle de la granularité***

III. Mise en oeuvre de l'ordonnancement

IV. Application: recherche arborescente
Contrôle de l'espace mémoire

1. Contrôle de la granularité

- Limiter le surcoût dû au parallélisme :
  - T_1 : temps de l'algorithme parallèle
  - T_{seq} : temps du « meilleur » algo séquentiel
  - **Objectif : $T_1 = T_{seq}$**

- Mais en gardant **T_∞ aussi petit que possible**

C. Leiserson : « A minicourse on multithreaded algorithms »
supertech.lcs.mit.edu/cilk/papers ftp://theory.lcs.mit.edu/pub/cilk/minicourse.ps.gz

J.L. Roch : « Parallel efficient algorithms and their programming »
www-id.imag.fr/~jlroch/perso.html/ps/polycop-algo-par.ps.gz p.4-22

Adapter la granularité

- Utiliser un algorithme séquentiel pour limiter le parallélisme
- Découpe récursive parallèle
- => Stopper la découpe récursive à un seuil K
- Exemple : produit itéré en Cilk

```
Cilk void ParProduit (int i, int j, int& res ) {
        if ( j-i < K ) { res = SeqProduit(i,j) ; }
        else {
            int r1, r2 ;
            spawn ParProduit ( i, (i+j)/2, r1 ) ;
            spawn ParProduit (  (i+j)/2+1; j , r2 ) ;
            sync ;
            res = r1 * r2 ;
        }
 }
```

```
int  SeqProduit (int i, int j) {
        int r = 1;
        for (int s = i ; s <j; s++ ) r = r*s ;
        return r ;
 }
```

Choix du seuil K

- Compromis séquentiel/parallèle
- Expérimentalement
- Théoriquement :
  - K le plus grand possible sans perte de parallélisme
    - **K qui minimise $T_1^{(K)}$ avec $T_\infty^{(K)}=\Theta(T_\infty)$**
  - Exemple : produit itéré

Exemple 2 : Préfixe parallèle

- Entrée : X[0..n-1] un tableau d'éléments
  * : loi associative

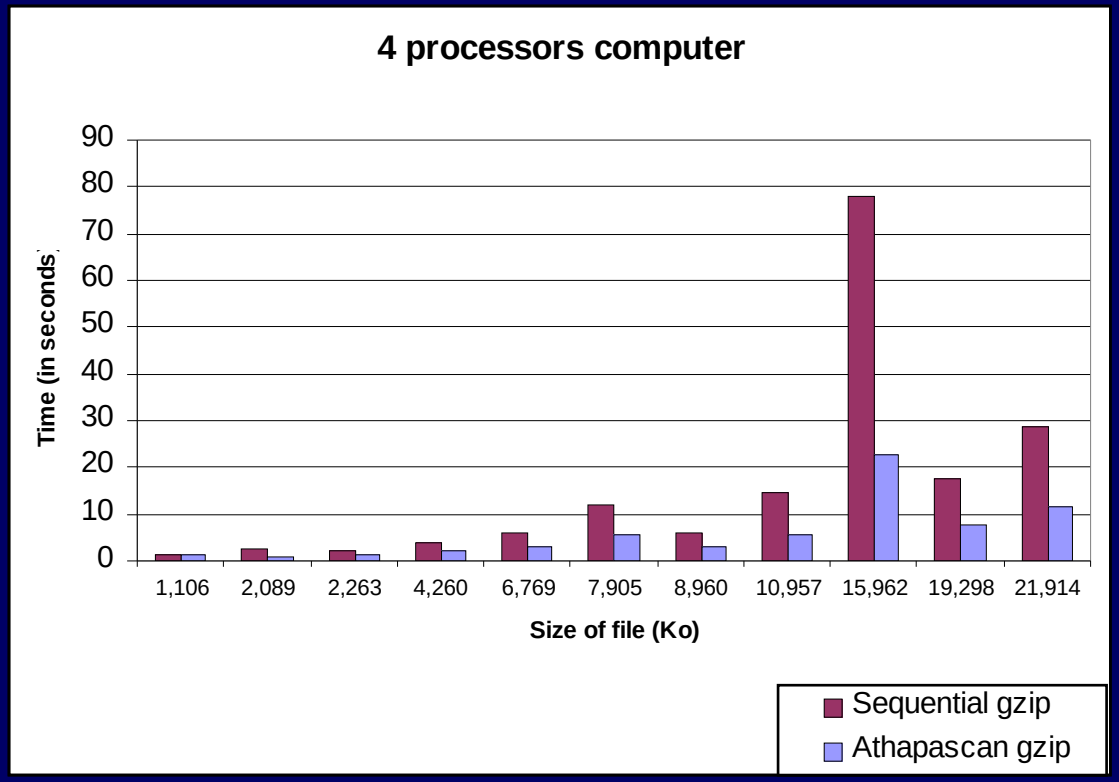
- Sortie : Π[0..n-1] avec Π[k] = X[0] * ... *X[k]

- Démarche :
  - 1/ Algorithme séquentiel de référence : SeqPrefixe
  - 2/ Parallélisation : algorithme ParPref1
  - 3/ Adaptation de granularité : algorithme ParPrefK
  - 4/ Choix de K : compromis théorie - pratique

Exemple 3 : gzip

- TailleBloc := ... ;
  for(i=0; i<n/TailleBloc ; i++)
  Fork<gzip>(Fich[i*TailleBloc ... min (n, (i+1)*TailleBloc -1] ;

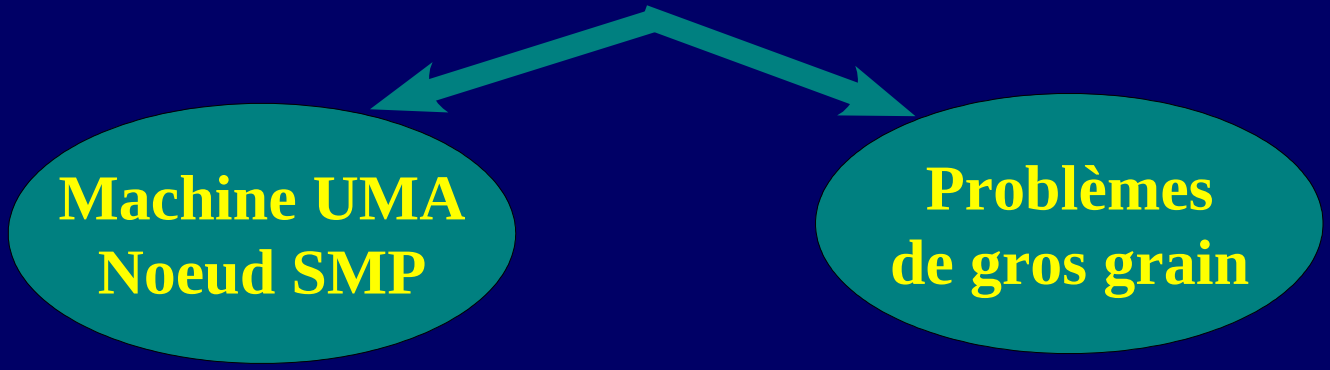
- Choix de K :
  - Expérimental
    - TailleBloc ~ 0.5 Mo
  - Théorique :
    - TailleBloc ~
  - Théorique :
    - TailleBloc ~



Exemple 4 : exercice
Tri par fusion

C. Leiserson : « A minicourse on multithreaded algorithms »
ftp://theory.lcs.mit.edu/pub/cilk/minicourse.ps.gz p 9-12

Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication



I. Introduction

II. Contrôle de la granularité

=> Généralisation : algorithmes en cacade

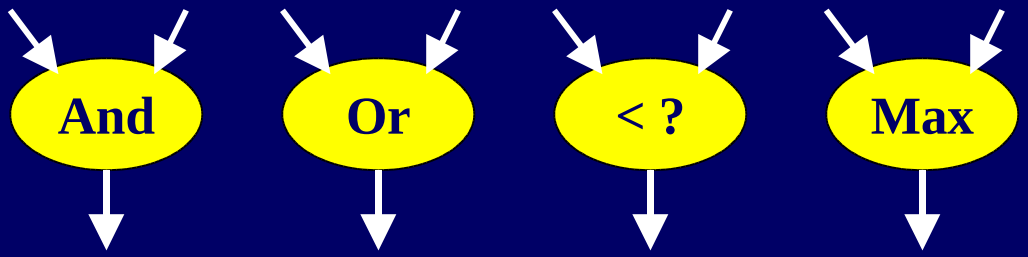
III. Mise en oeuvre de l'ordonnancement

IV. Application: recherche arborescente
Contrôle de l'espace mémoire

Jeu : Calculer le maximum

- But : construire le circuit le plus rapide possible pour calculer le maximum :
  - Entrée : n éléments a_i distincts (ordre total $<$)
  - Sortie : l'élément maximum

- Portes disponibles

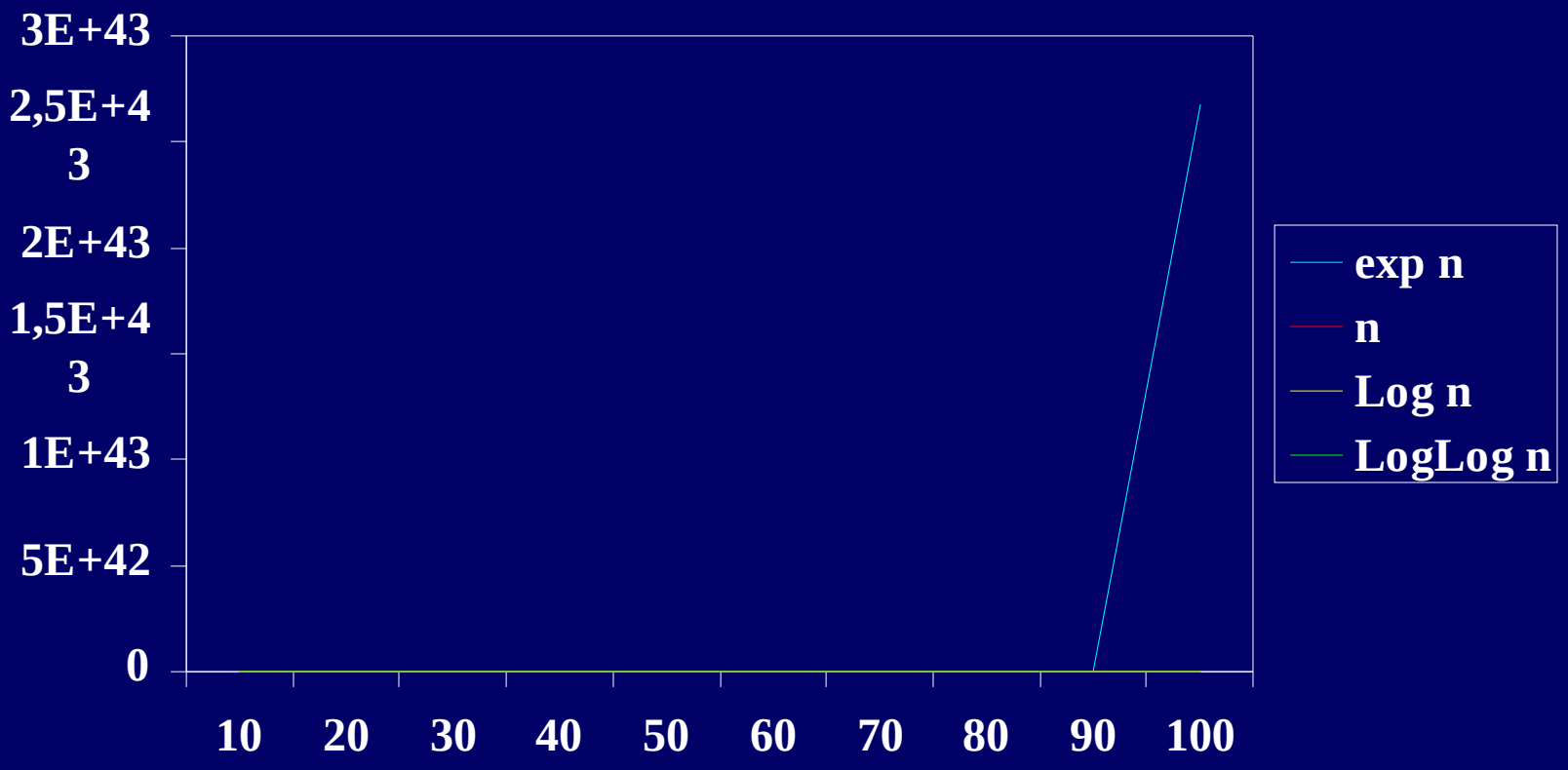


- Arité non-bornée :

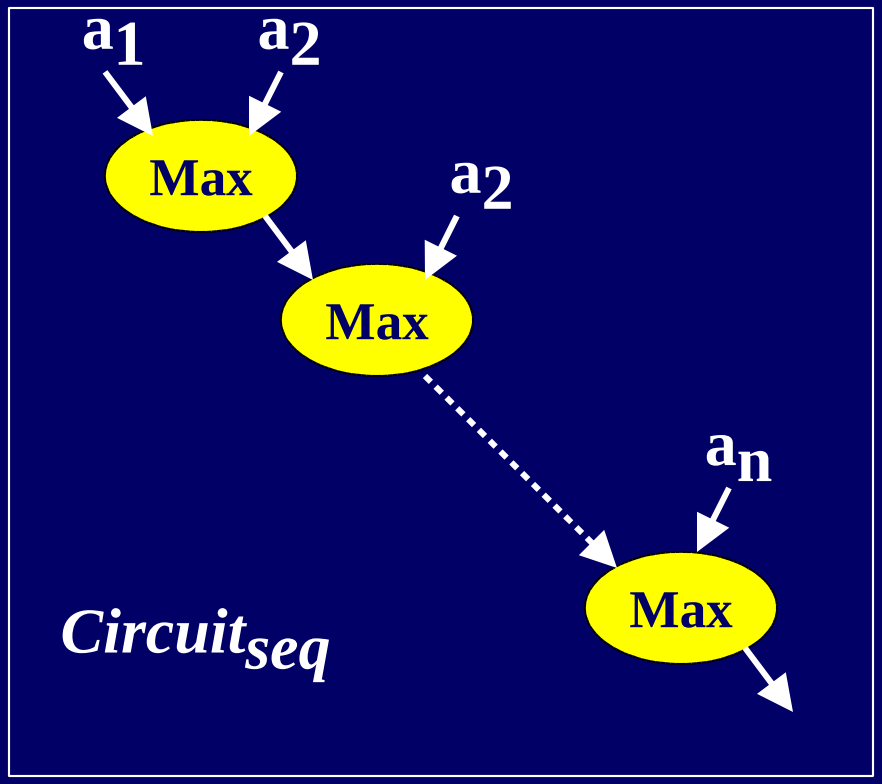
  wireless comm: multiple access (SDMA/FDMA/CDMA)

  CRCW : Concurrent Read Concurrent Write

Coûts et algorithmes ultra-rapides



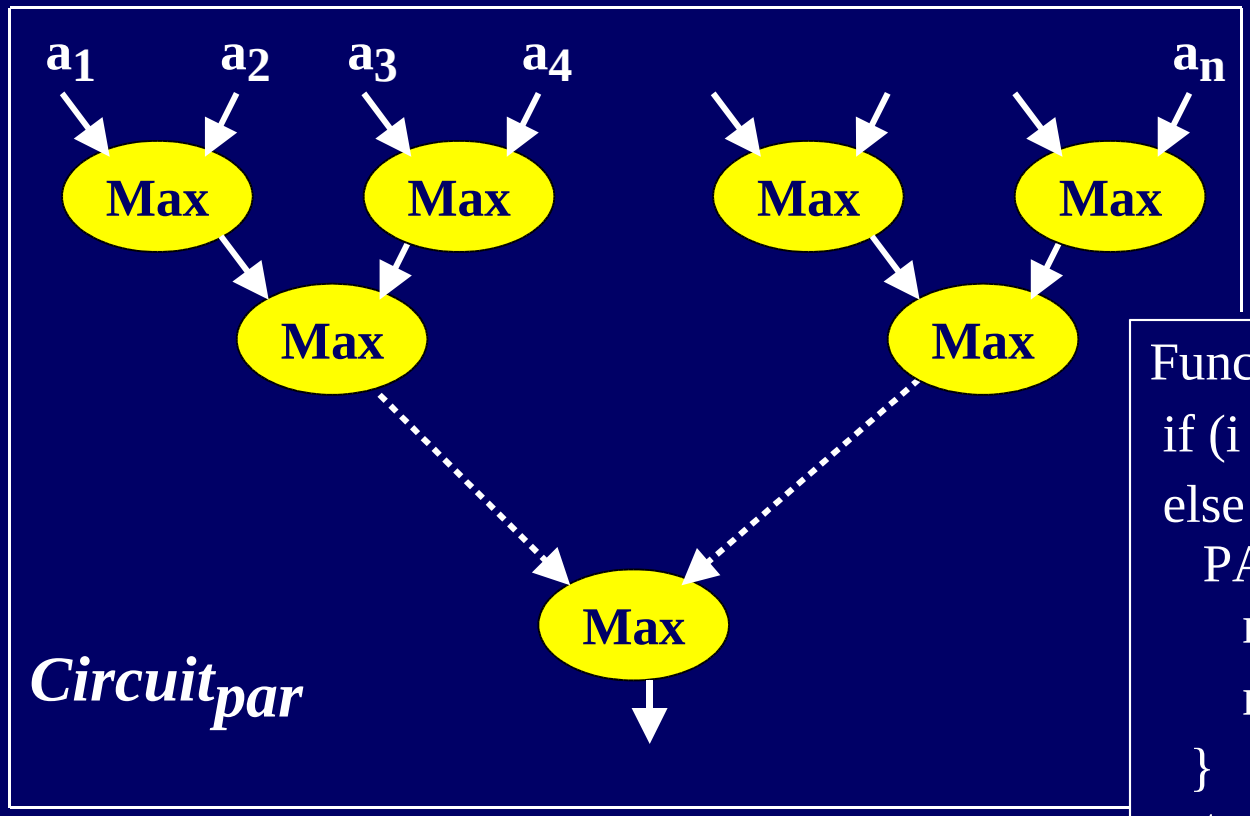
Circuit séquentiel de base




```
res := a1 ;
For i :=2 .. n do
   res := Max ( res, an ) ;
Return res;
```

$T_1 = n$ #procs = n portes

Circuit parallèle

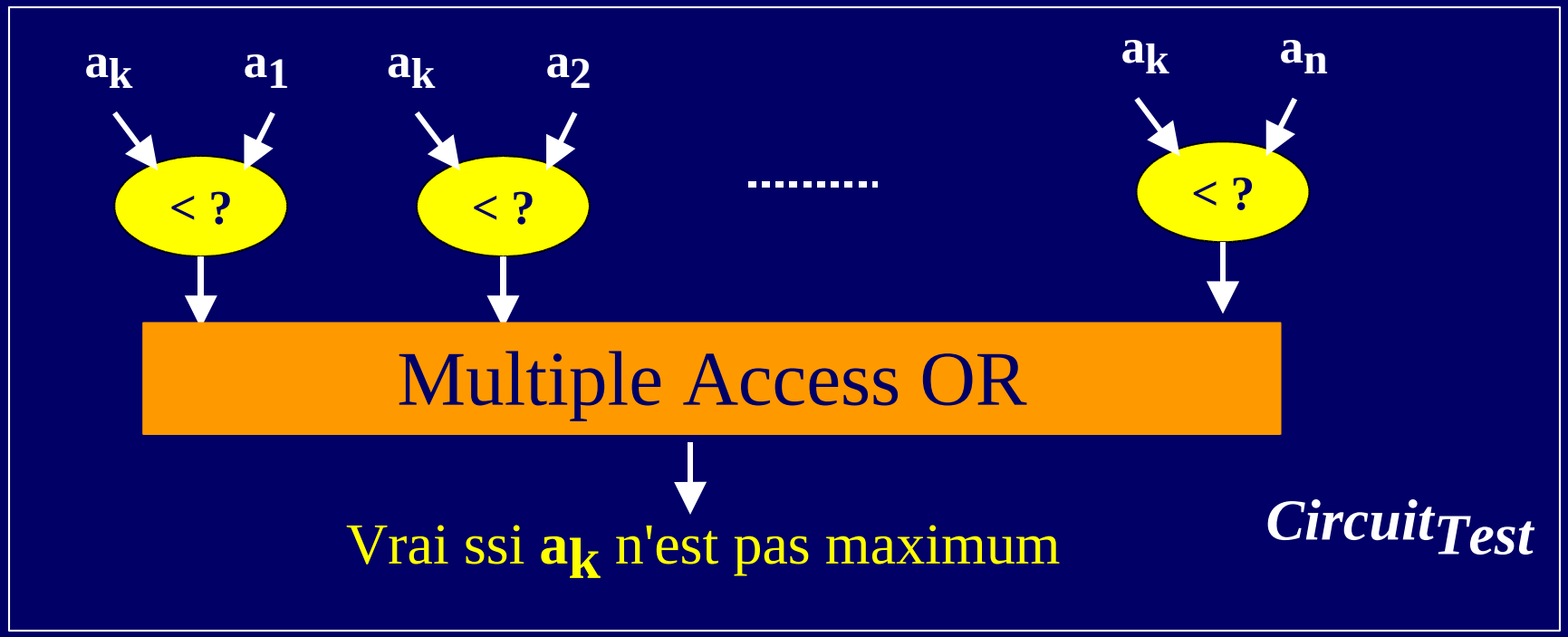



```
Function max2(a_i .. a_k ) {
 if (i == k) return a_i ;
 else {
    PARALLEL {
       rl = max2(a_i .. a_(i+k)/2 ) ;
       rh = max2(a_(i+k)/2+1 .. a_k);
    }
 return Max( rl, rh ) ;
}
```

$T_1 = \log_2 n$ #procs = n portes

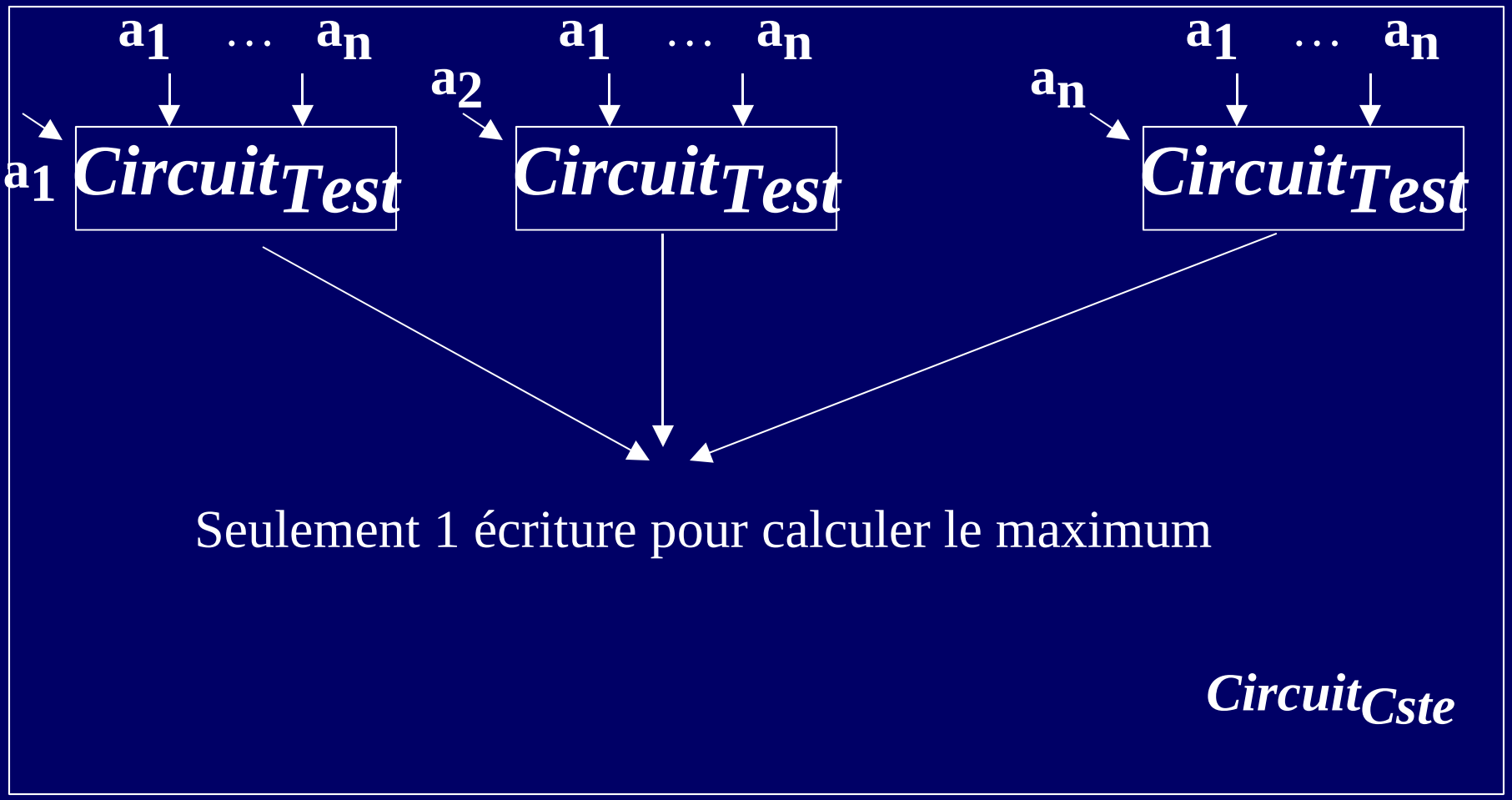
Un circuit ultra-rapide pour tester si un élément a_k est le max

$a_k = \text{Max}(a_1 .. a_n) \Leftrightarrow a_k > a_i \quad \forall\, i=1..n,\ i \neq k$



$T_1(n) = O(1)$ ☺ #portes $= O(n)$ ☹

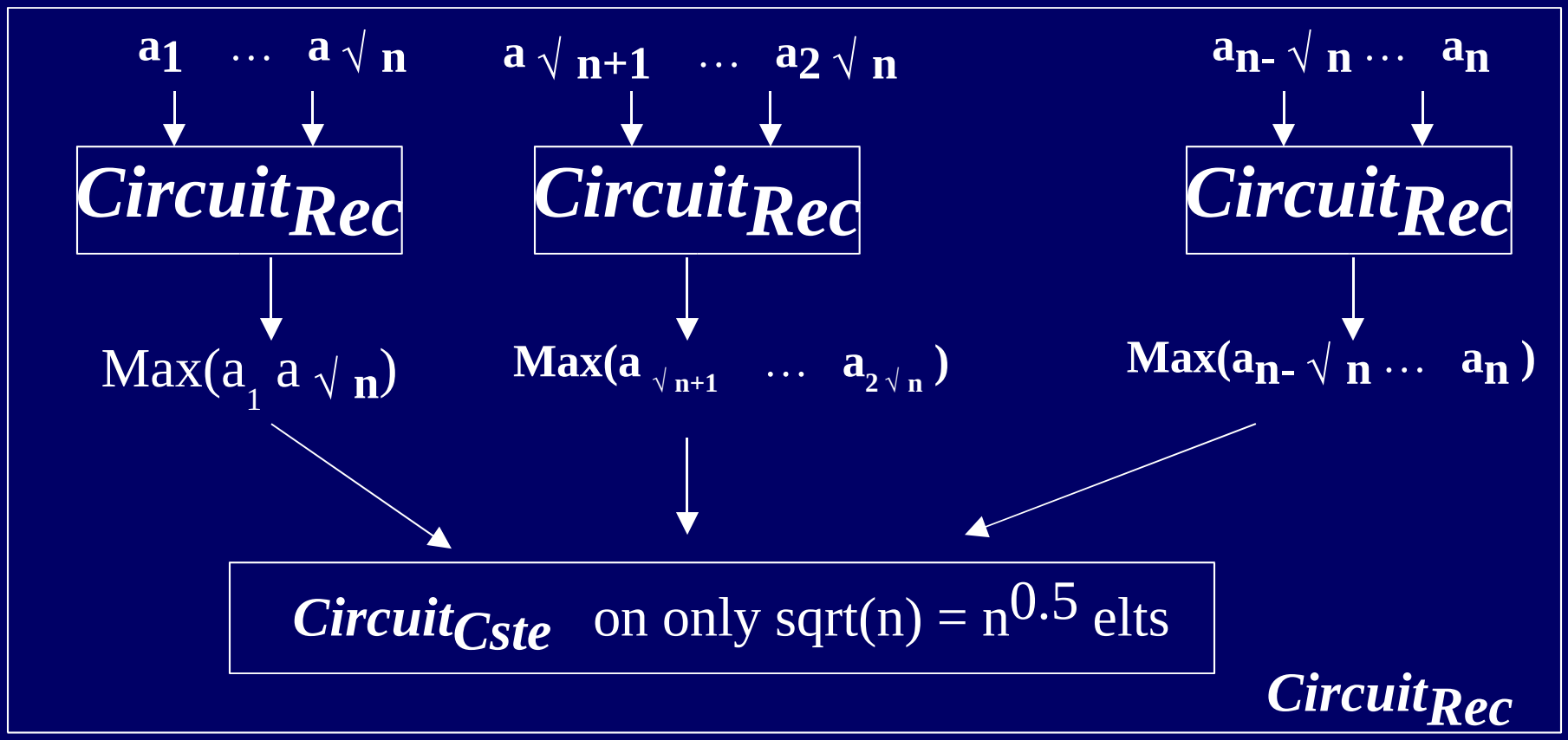
Application: calcul du maximum



$T_1(n) = O(1)$ ☺ #portes $= O(n^2)$ ☹

Un circuit recursif ultra-rapide

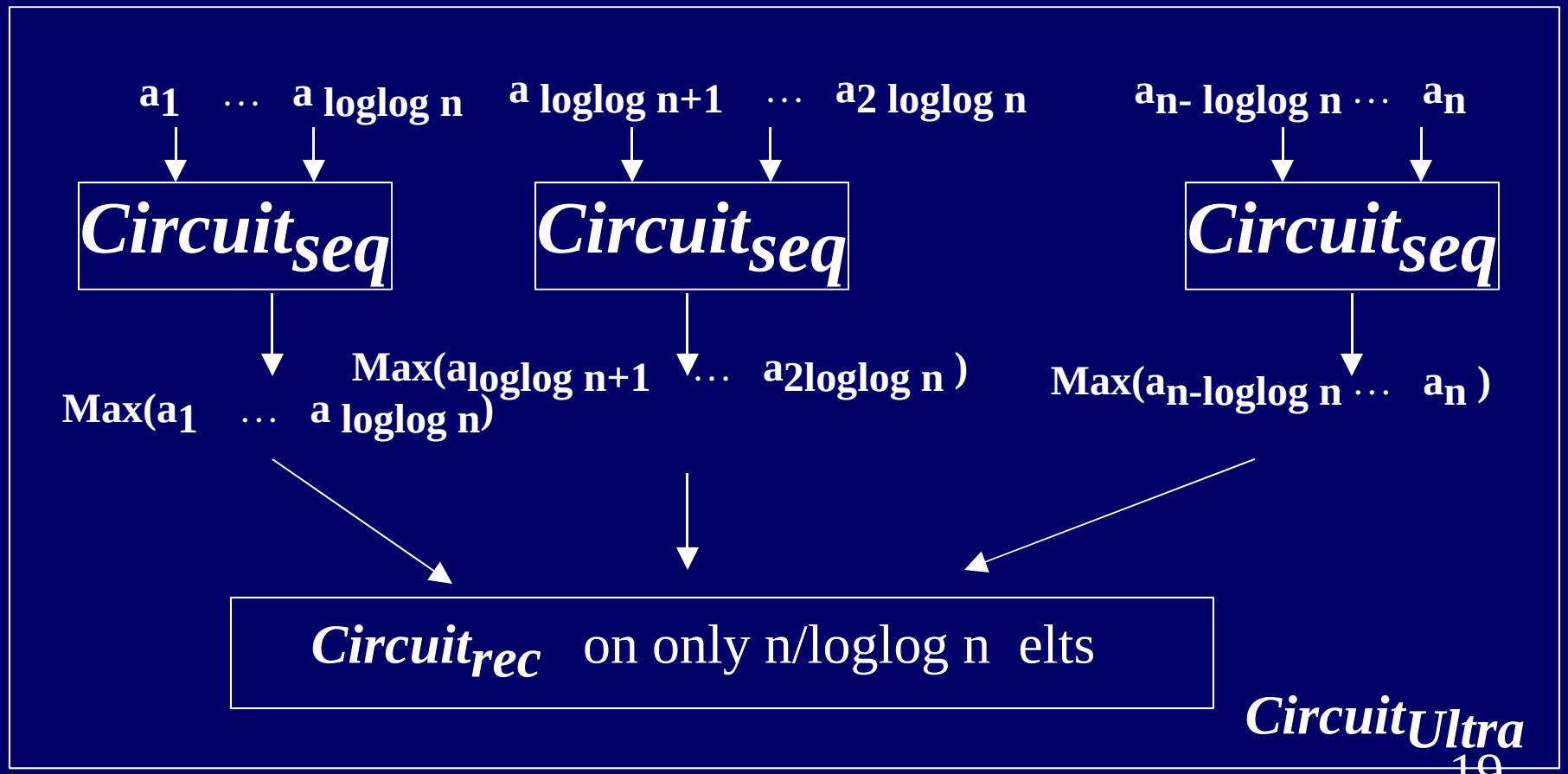
- Granularité : utiliser l'algo rapide pour accélérer



- Time(n) = Time($n^{0.5}$) + O(1) = loglog n
- #procs (n) = $n^{0.5}$.#procs($n^{0.5}$) = n loglog n

Réduction du nombre de portes

- Granularité: utiliser un algo économique pour réduire le nombre de portes



Conclusion : un algo ultra-rapide

Algorithme final : **temps = loglog n #portes=n**

Technique utilisée : « cascading »

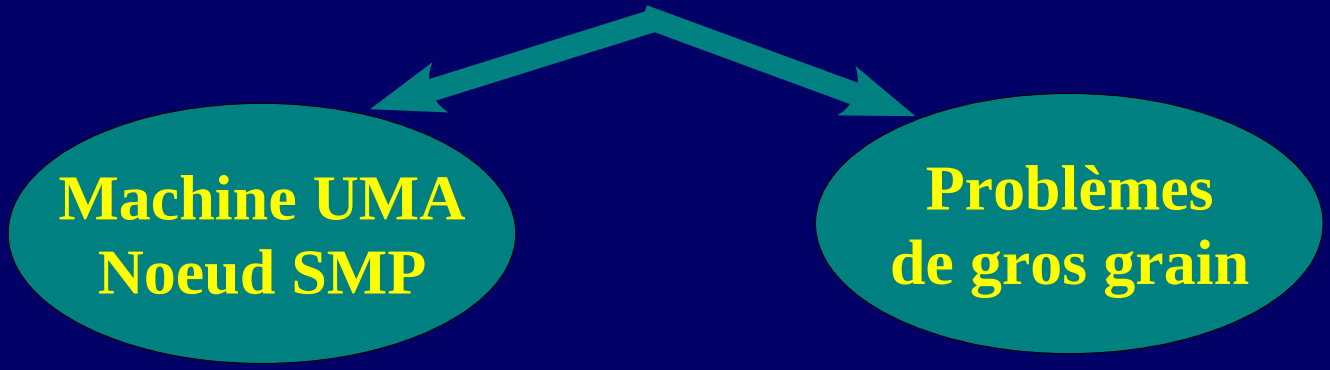
mélange de 3 algorithmes pour construire un compromis plus performant :

temps et nombre de portes

Technique importante en parallélisme (adaptation de granularité)... et en génie logiciel

-> nombreuses applications : [ATLAS, FFTW, ...]

Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication



I. Introduction

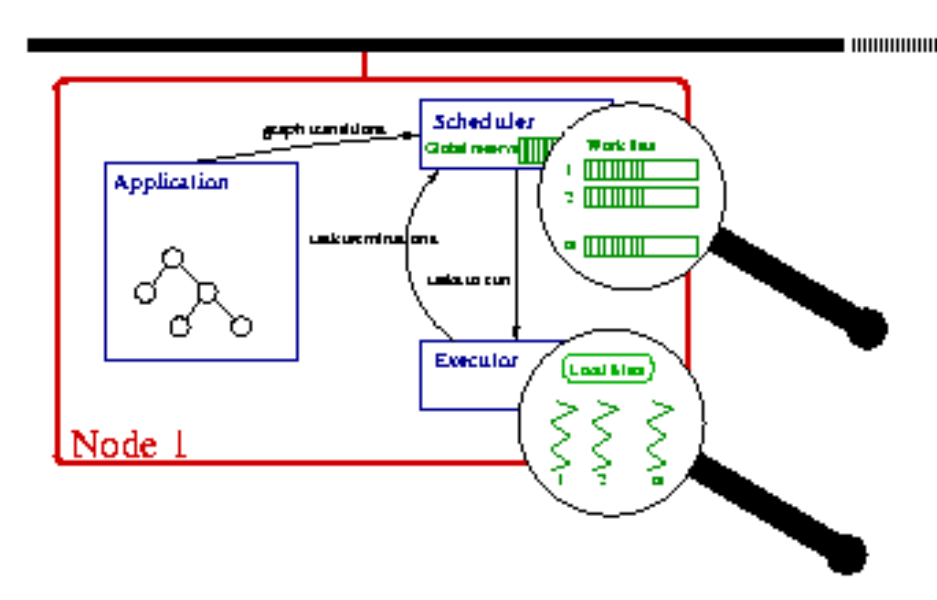
II. Contrôle de la granularité

III. Mise en oeuvre de l'ordonnancement

IV. Application: recherche arborescente
Contrôle de l'espace mémoire

Principe

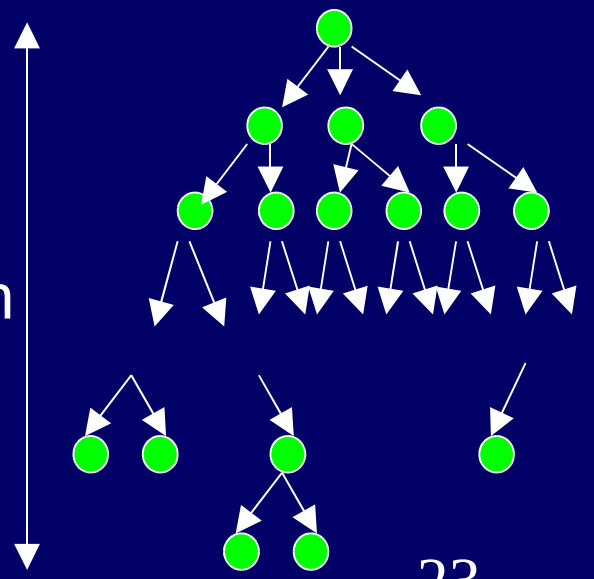
- Lancement de p threads
  - 1 thread == processeur virtuel
- Chaque thread :
  - While (not fin)
    - Attendre une tache t prete
    - L'exécuter
- Liste centralisée + verrou :
  - $T_p < (T_1 / p) + T_\infty + O(\#sync)$



Surcoût pour réaliser l'ordonnancement

- Contrôle :
  - création/placement/entrelacement des tâches
  - gestion de la mémoire, mouvements de données
  - préemptivité, réactivité

- Exemple : algorithme récursif d'exploration
  - Ordonnancement glouton : théorique = OK
  - Mais réalisation ???
    - Nombre de tâches ~ T_1 …
    - Mémoire ~ 2^h … en séquentiel ~ h



Work-stealing
Distribuer les synchronisations

- 1 liste de taches prêtes par processeur :
  - Lorsqu'un thread crée une tâche, il l'ajoute à sa liste locale.
- Lorsqu'un processeur est inactif :
  - Si il n'y a plus de tache prête localement
    - Choix d'un processeur victime
    - Lui voler une tâche prête
- Choix : exemple [Cilk]
  - Processeur victime : au hasard
  - Accès à la liste des tâches prêtes : verrou arithmétique

Work-stealing
Minimiser le surcoût d'ordt

- => Minimiser le nombre de vols

- Programmes récursifs = graphe « série-parallèle »
  - Principe : exécution localement d'abord
  - => sur chaque proc. : les vols sont sur un chemin critique

$$\#vols < p.T_\infty$$

- Optimisation : création locale dégénérée en appel de fonction
  - Exemple : produit itéré

Ordonnancement SMP -Conclusion

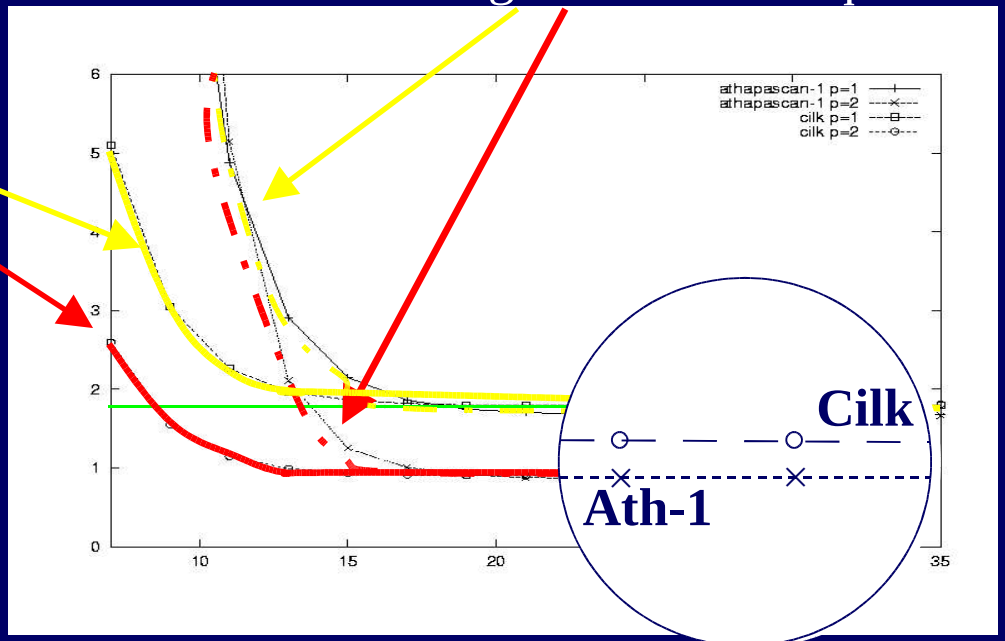
- Théorique : si programme série-parallèle [Blumofe98]

$$T_p < (T_1 / p) + T_\infty \; \mathbf{+ p.T_\infty}$$

- Pratique : contrôle automatique de granularité
  - Exemple : arbre ~10^6 tâches de grain 1

Sans dégénérescence séq [Ath-1]

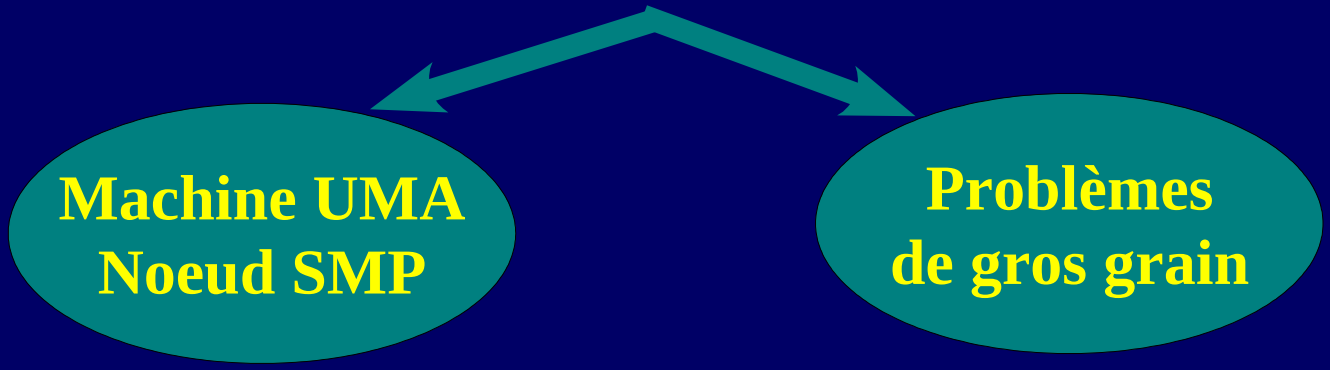
Avec dégénérescence séq [Cilk]



Légende:
SMP : *durée = f(seuil)*

_ **temps séquentiel**
_ pour 1 processeur
_ pour 2 processeurs

Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication



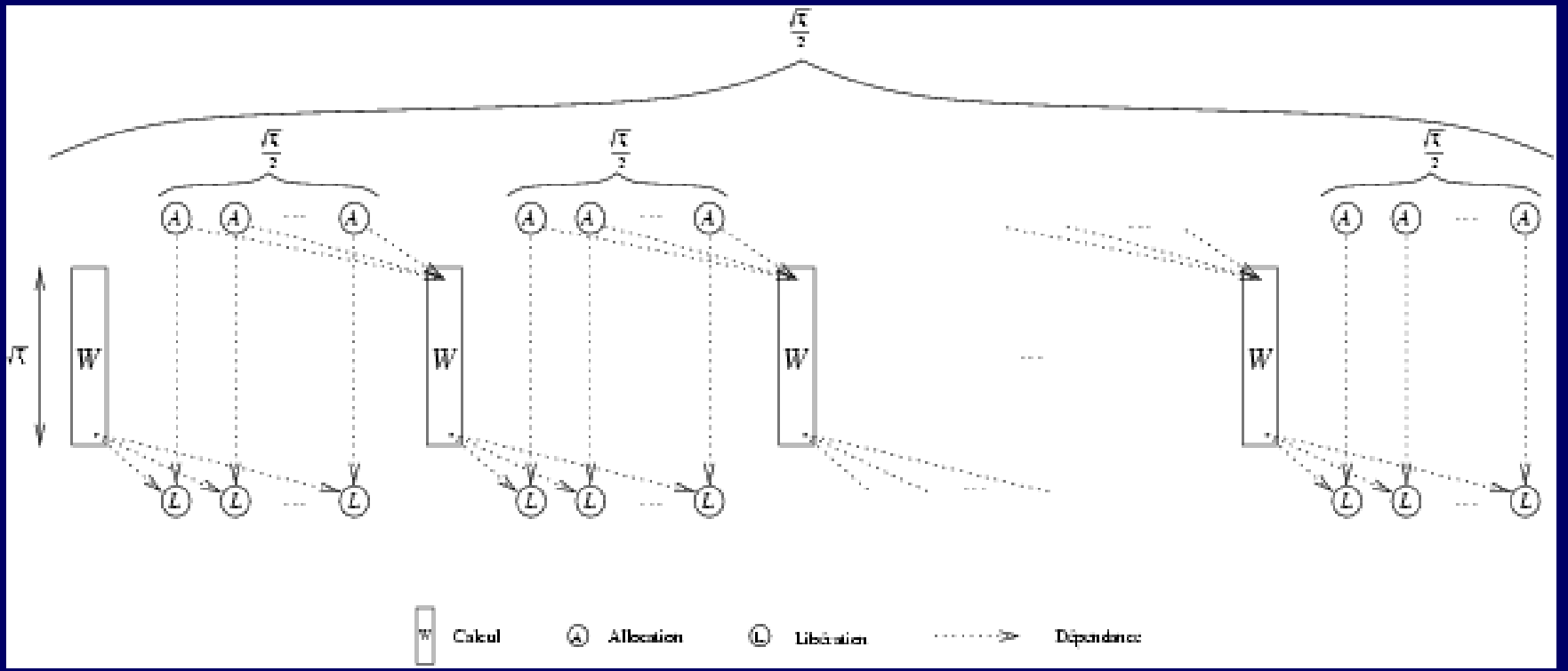
I. Introduction

II. Contrôle de la granularité

III. Mise en oeuvre de l'ordonnancement

IV. ***Application: recherche arborescente***
Contrôle de l'espace mémoire

Parallélisme et explosion mémoire



R. Blumofe C. Leiserson : « Space-efficient scheduling of multithreaded computations » SIAM Journal of computing, vol 27, Fév. 1998 p. 207-229

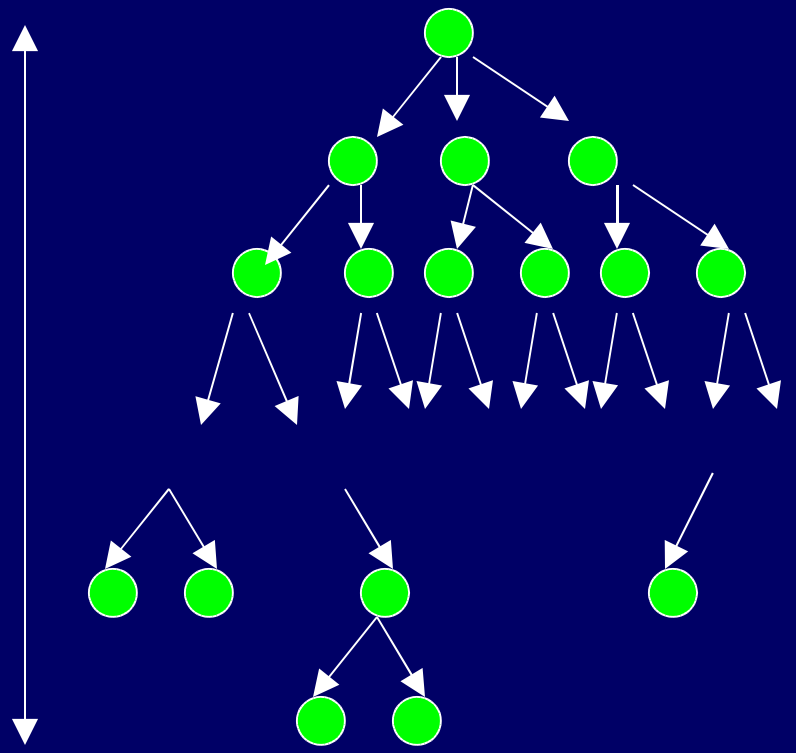
G. Narlikar : « Space-efficient scheduling for parallel multithreaded computations » thèse - www-2.cs.cmu.edu/~girija/publications.html

F. Galilée : « Athapascan-1 : Interprétation distribuée du flot de donnée d'un programme parallèle » Thèse www-id.imag.fr/~jlroch/perso.html/ps/ /2001-dea-algo-par/these-galilee_pages113-151.ps.gz

Un exemple

```
void explore( nœud  n, …) {
  if … {
     for (s =n.first();  s <n.last(); n++)
     {
        dopar explore( s, …) ;
  }
}
```

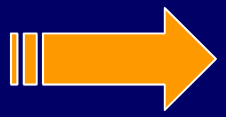
tâche



T_1 : temps séquentiel

T_∞ = O(h)

S_1 = O(h)



$T_{exec(p)} \sim T_1 / p$

$S_{exec(p)} \sim S_1$ *O(1)* **???**

Programme série-parallèle

- Work-stealing:
  - Si inactif : tirage au hasard d'un proc victime Pv
  - La tâche volée est la plus ancienne sur Pv

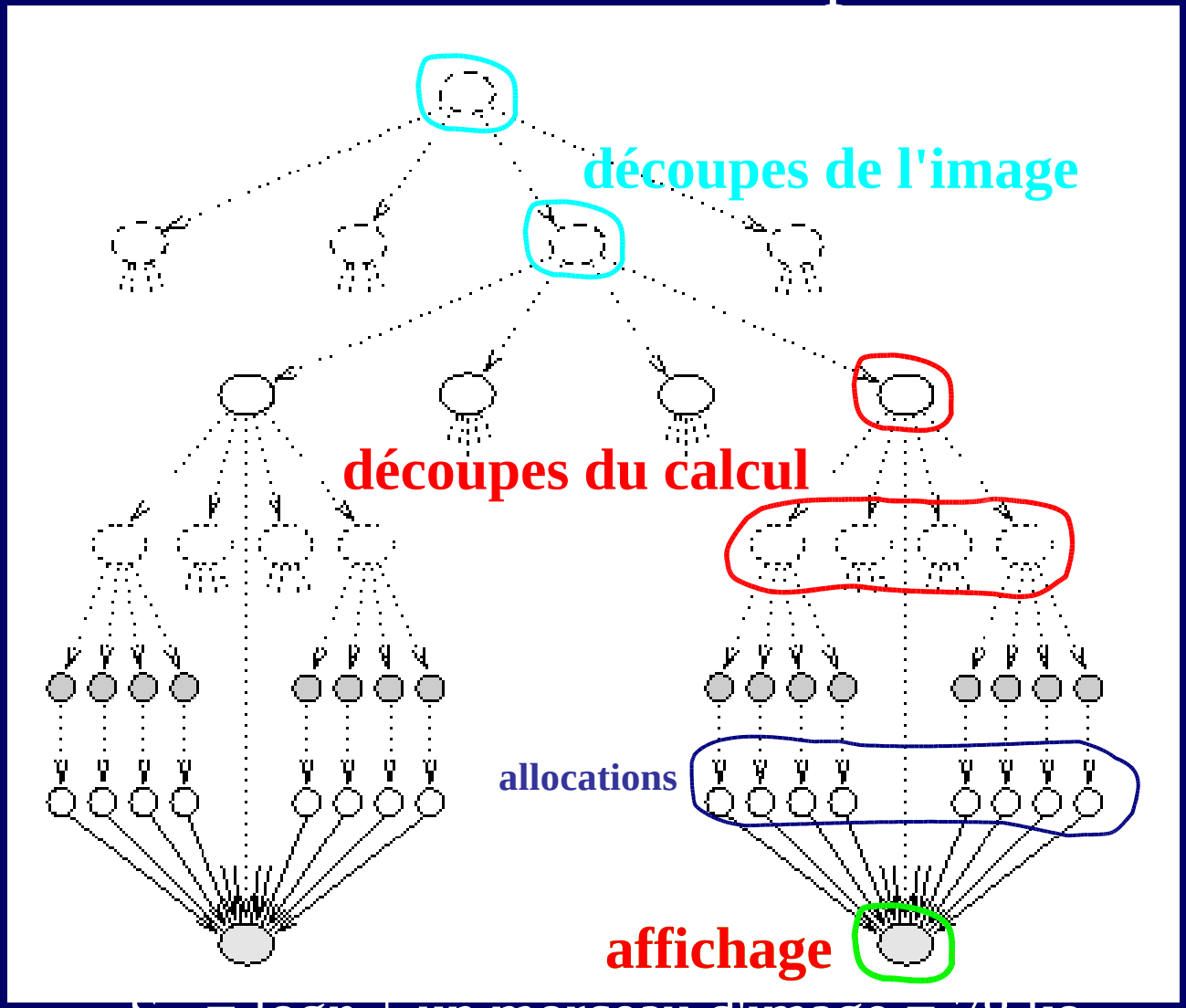
- Chaque processeur vole des tâches sur un chemin critique : espace mémoire < S1 / proc

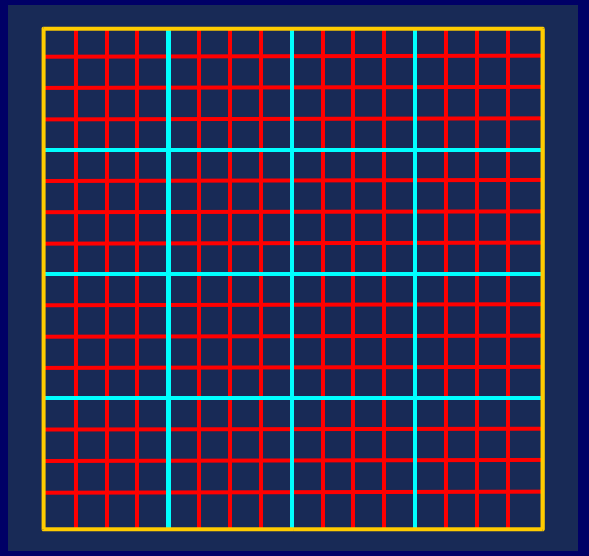
$$S_p < p.S_1$$

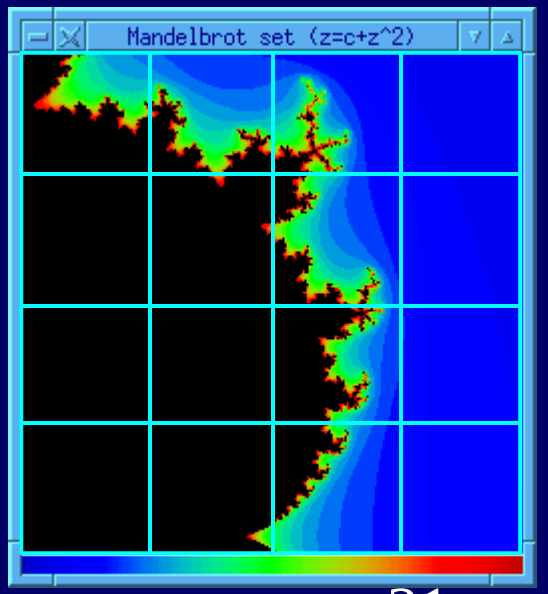
- Exemple :
  - Cilk : Joueur d'échecs Socrates
  - Athapascan : Visualisateur Mandelbrot

Et la consommation mémoire ?

- Calcul récursif : Découpe en 4

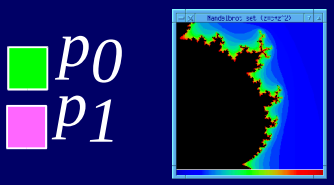






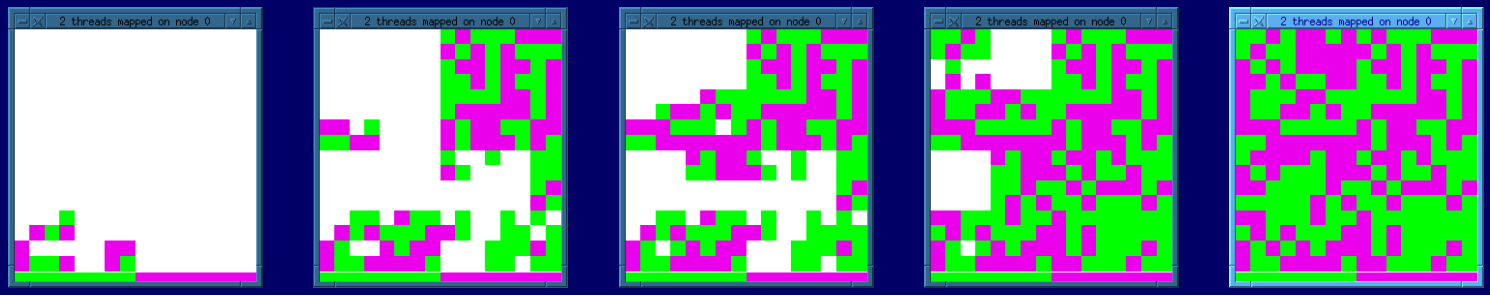
S_1 = log*n* + un morceau d'image = 78 ko

Ordre d'exécution des tâches $p = 2$



$p0$
$p1$

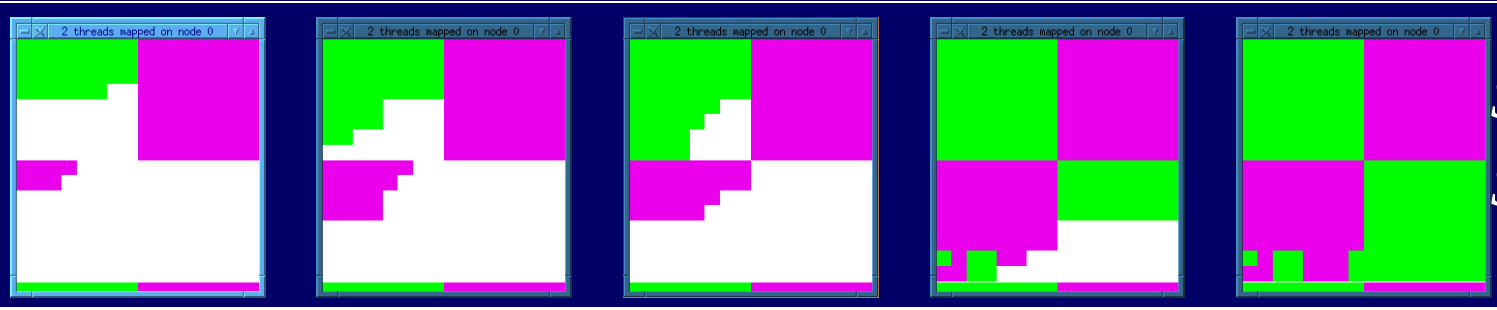
arbitraire



S_2 = 548ko
S_1 = 78ko ☹

S_1 = log$n$ + un morceau d'image = 78 ko

seq loc

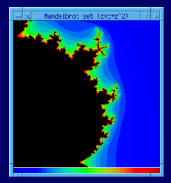


S_2 = 143ko
S_1 = 78ko

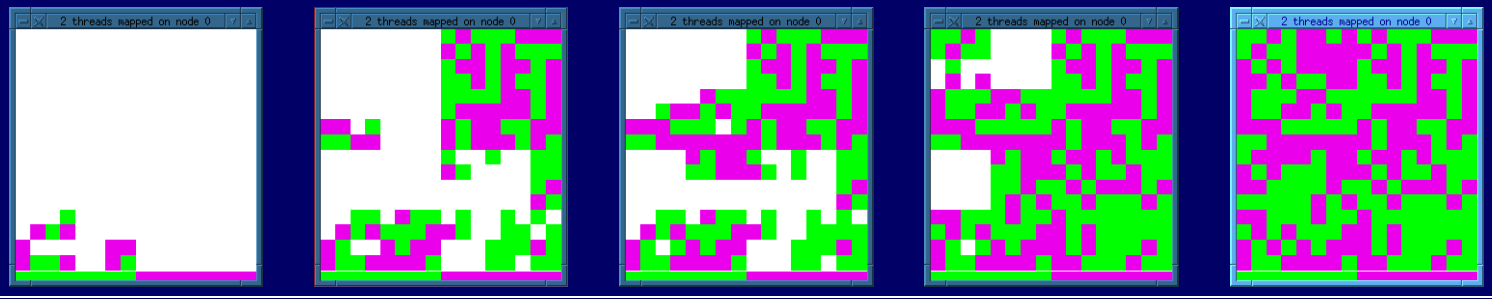
seq glob

Ordre d'exécution des tâches $p = 2$

$p0$
$p1$



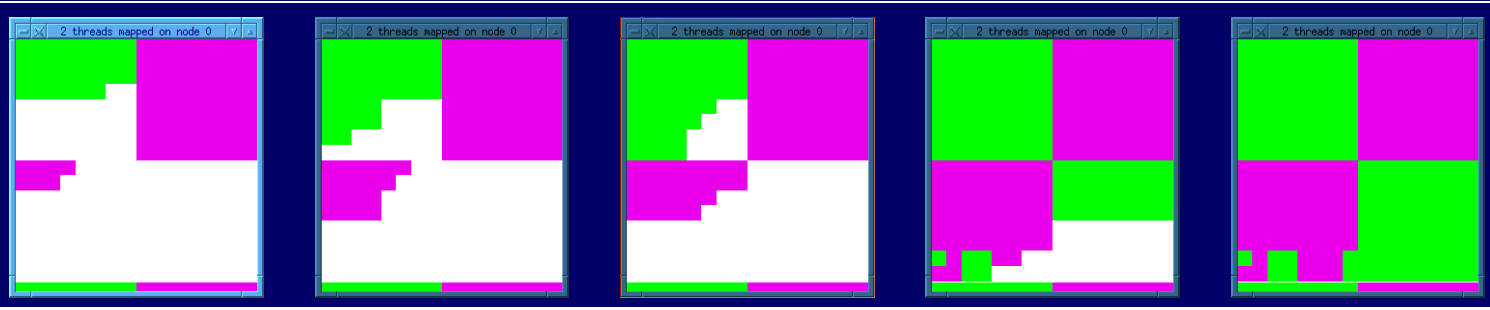
arbitraire



S_2 = 548ko
S_1 = 78ko ☹

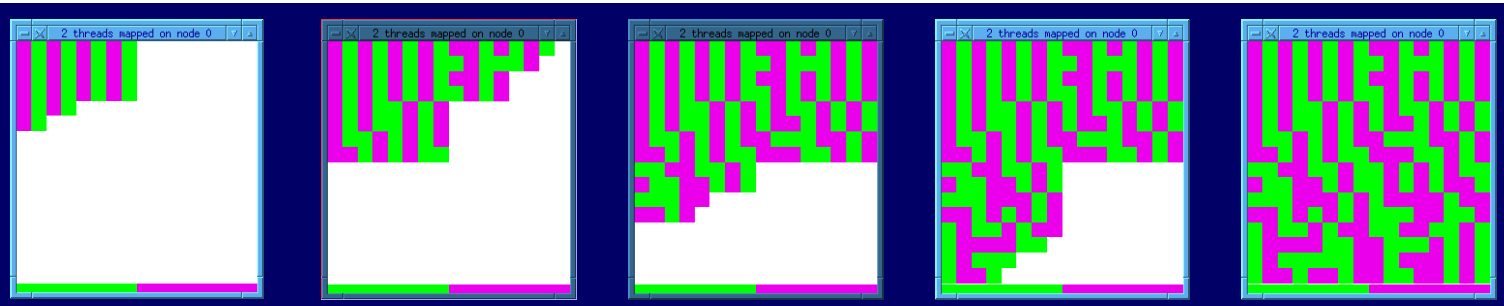
$S_1 = \log n$ + un morceau d'image = 78 ko

seq loc



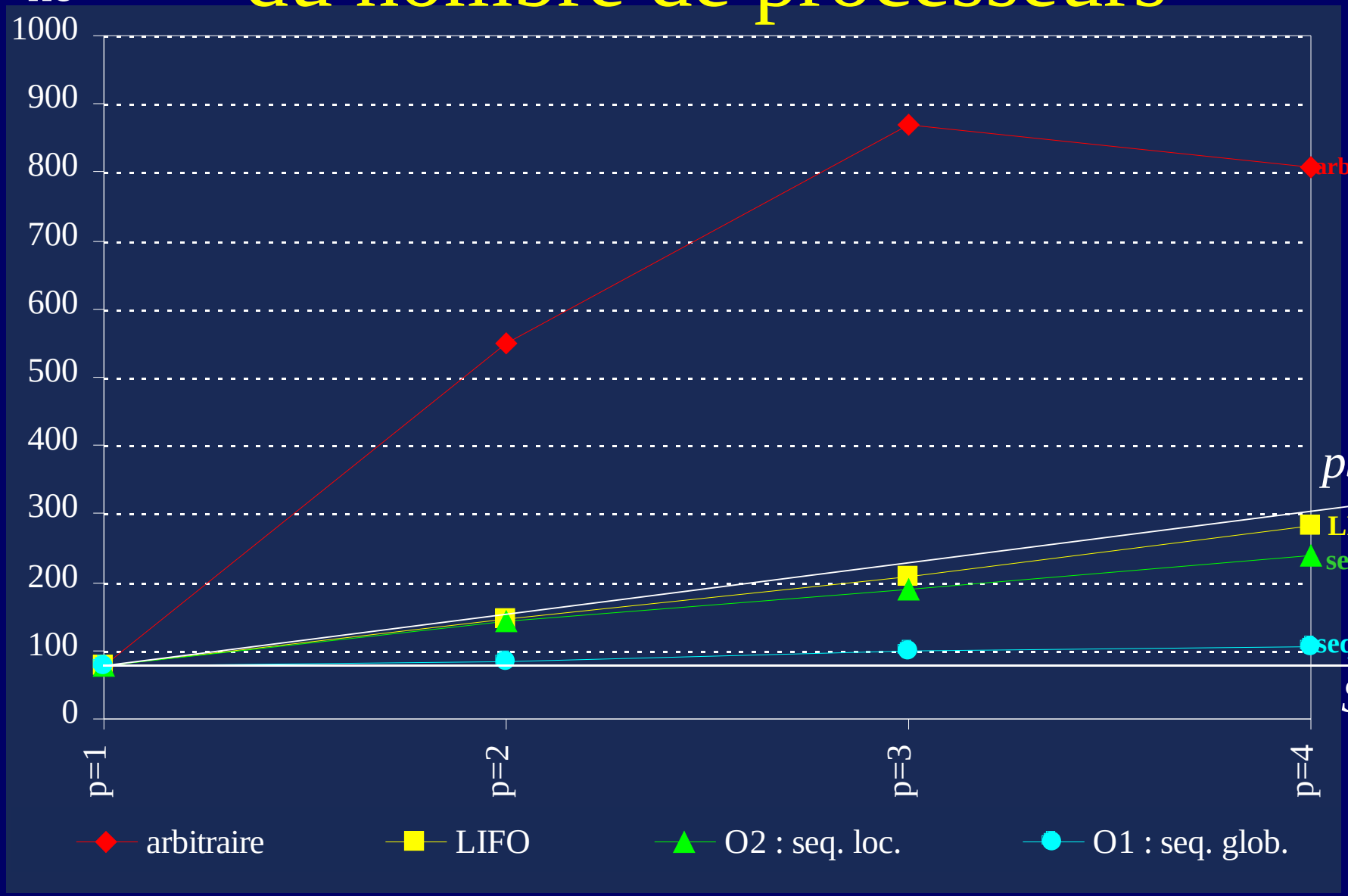
S_2 = 143ko
S_1 = 78ko

seq glob



S_2 = 84ko
S_1 = 78ko ☺

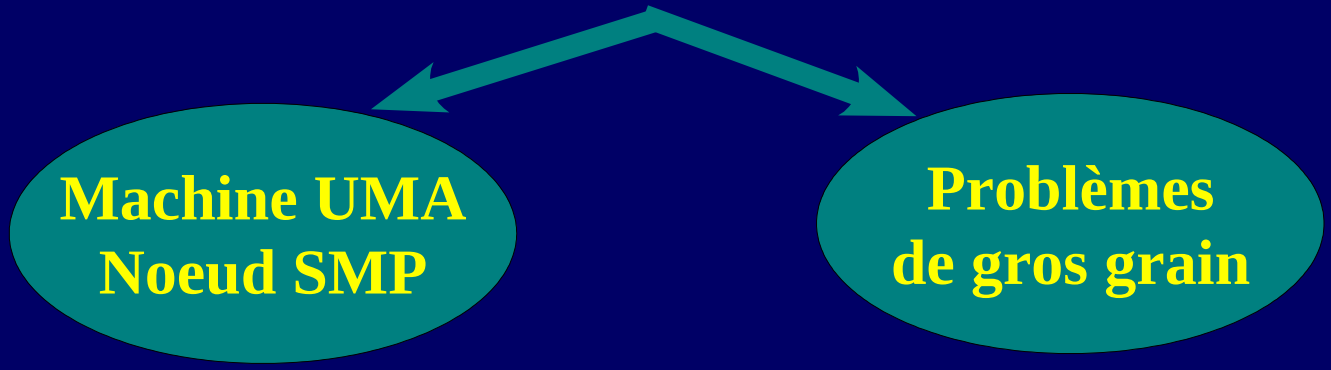
Consommation mémoire en fonction du nombre de processeurs



Analyse théorique du coût mémoire

- **Arbitraire** [Threads]
  - Ordonnancement **arbitraire** des tâches $S_p \leq \#T\, S_1$
- **O2** : « séquentiel local »
  - pour graphes série-parallèle [Blumofe98] $S_p \leq pS_1$
  - Ordre de **référence** suivi **localement**
  - Parcours en **profondeur**
  - Athapascan-1 : pour tout graphe [Géalilée 99]
- **O1** : « séquentiel global »
  - pour tout graphes [Narlikar2000] $S_p \leq S_1 + p.hOT_\infty$
  - Ordre de **référence** suivit de manière globale
  - Athapascan-1 : graphes dynamiques

Cours 2. Algorithmes Parallèles sans communication



Conclusion

- Contrôler la granularité
- Limiter le surcoût dordonnancement
- Maîtriser l'espace mémoire requis